［論　文］

算数科における読解力について　Ⅱ
－認知能力と非認知能力－

On Reading Comprehension in Arithmetic Ⅱ
－Cognitive Skills & Non Cognitive Skills－

姫　野　俊　幸

要旨

本稿は，算数科における読解力とは何かについて考え，その向上のための指導のあり方を明らかにすることを目的としている。「有名私立中学入試問題に対する批判」，「数学的モデル化と捨象」，「明確な問題と不明確な問題」などから，算数科における読解力の認知能力の側面と非認知能力の側面を踏まえて，これからの算数科の指導に求められているものは何かについて考察を試みた。

キーワード： 読解力（reading comprehension）／数学的モデル化（mathematical modeling）／明確な問題（well-defined problem）／不明確な問題（ill-defined problem）／認知能力（cognitive skills）／非認知能力（non cognitive skills）／柔軟性（flexibility）

Ⅰ　はじめに

有名私立中学入試の算数問題をネタにした「タブレット純」というお笑い芸人のYouTube動画（https://www.youtube.com/watch?v=wr_QGog6gS0 2019）がある。

「『一郎と次郎がキノコ狩りに行きました。一郎と次郎が初めに採ったキノコの数の比は７：３でした。ところが，家に戻る途中で一郎は７個を落としてしまい，次郎は新しく６個見つけたので採って帰りました。家に着いてから２人の採ったキノコの数を比べてみると，一郎・次郎の比は４：３になりました。一郎が初めに採ったキノコの数は何個だったのでしょう。』そんなことより気になるの一郎さん。７個もキノコを落としておいて全く気付かないなんて，馬鹿なんですか。次郎が新しく見つけた６個というのは，そもそもあなたのキノコなのではないですか。この問題に答えがあるとしたなら，人を疑うのはよくないけれど次郎のことは日頃から距離を置いておいた方がよいかと思います」タブレット純（2019）

必要な情報は何かを整理し読み取り，課題を解決するという「算数科の読解力」（文部科学省「読解力向上に関する指導資料」2005）を用いると，必要な情報は，初めに採ったキノコの数の比が，一郎：次郎＝７：３。一郎は７個落とし，次郎は６個見つけた後，帰宅したときのキノコの数の比は４：３となる。そこで問題を解決するために，一郎の初めに採ったキノコの数を，□とおくと，次郎のキノコの数は，３／７□。帰宅してからは，（□－７）：（３／７□＋６）＝４：３なので，これを解いて，□＝35。一郎が初めに採ったキノコは35個だと判明する。

しかし，タブレット純の考える最も必要な情報が，一郎が７個落として，次郎が６個見つけた事実であるならば，細い山道の前を一郎が，後ろから次郎が歩いているという場面を設定することができる。そして，一郎が落とすキノコが目の前に転がってくるのであるから，それを次郎が拾って帰ることも容易に想像できるのである。結論として，一郎が落としたキノコを黙って拾ったことを明らかにしていない次郎の人間性が問われる問題

HIMENO, Toshiyuki
北陸学院大学　人間総合学部　子ども教育学科
算数教育法

であると解釈したわけである。

「『あやさんとお父さんとお母さんが水の中に立っています。お父さんの身長の半分が水中にあります。お父さんとあやさんの水面上に出ている部分の比は２：１・・・』そんなことより気になるの。親子３人水中に，ただつっ立って何をしているんですか。こればっかりは，いくら考えても答えを見いだせないような気がします。」タブレット純（2019）

ここでは，問題文が途中で遮られており「算数科の読解力」における必要な情報が，「お父さんとあやさんの水面上に出ている部分の比は２：１」だけとなり，条件不足で問題を解決することができなくなっている。ここで，タブレット純の最も必要な情報は，親子３人が水中に立っていることである。算数の問題を解決することよりも，親子３人が水中に立っている理由を解明したいという探求心の方が上回ってしまっているのである。

これらは，有名私立中学入試問題を解くための「読解力」とはそもそも何なのか，ひいては「算数科の読解力」そのものを皮肉った痛烈な批判であり，我々の知的好奇心をくすぐるお笑いである。

Ⅱ 「数学的モデル化」と「捨象」

杉山（2008）は，『初等科数学科教育学序説』の中で，「文章題は算数の学習のためにあるように思われてしまうかもしれませんが，実際は，問題を解決する力をつけることが目的です。日常生活，社会生活で起こる問題を解決することが目的です。」と述べている。

算数は，日常に起こる問題を直接解決するのではなく，その問題を数学を使って表現し，数学の世界に取り入れ，数学を使って解決するとしている。この数学を使って表現することを「数学化・数理化・数学的モデル化」といい，数学の世界に取り入れるために，必要でないものを「捨象」し，数や記号，数学の概念を用いて「抽象化」を行い，「数学的な処理」をして，「数学的な解」を得，その解を「解釈する」ことで，日常に起こる問題を解決することができると説明している。

例えば，「鶴と亀が合わせて10いて，足の数の合計は28です。鶴は何羽いますか。」という問題がある。これは「鶴亀算」と言われる古典的な問題である。全部亀だとすると足の数は40本。亀１匹を鶴１羽に交換するごとに足の数は２本ずつ減っていく。足の数が28になるときの鶴の数は，（40－28）÷２＝６　　答えは６羽である。

しかし，タブレット純なら必ず「そもそも，鶴と亀の頭数が10だと数えるときや，足の数が28だと数えるときに，鶴の数や亀のそれぞれの数は分かるんじゃあないですか。それも分からないなら，まずは図鑑を見て動物の見分け方から勉強し直したほうがよろしいかと思います。」と批判することだろう。

杉山（2008）は，この問題を鶴と亀の問題だと考えるのではなく，このような場合の日常の問題を「数学的モデル化」したものと捉えることが大切であると説く。

例えば，あるパン屋さんが40円と60円の菓子パンを12個セットにして500円で販売したいと考えたとする。これを解決するためには，鶴と亀の足の数を40円と60円。合わせた頭数を12個。合わせた足の数を500円。と考えると，40円のパンを11個，60円のパンを１個でセットが完成すると解決することができるというのである。

このように，様々な算数の問題は，日常生活，社会生活で起こる問題を解決するための「数学的モデル化」であると捉えることができるというのである。

タブレット純が批判するであろう「鶴と亀の姿や足を見れば，それぞれを弁別し，個々の頭数を把握することができること」を「数学的モデル化」にとっては必要ないものとして「捨象」し，個々の頭数は分からないが，全体の頭数と足の数の合計，そして個々の足の数は分かっているという「数学的モデル化」として理解し，数学的に処理するべきだということである。

さて，学校現場で，私たち教師も子どもたちも，教科書や問題集に出てくる様々な算数の問題について，何の疑問も抱くことなく，ただ解いていくだけとなってはいないだろうか。あるいは，教師は，問題を解くための問題を作って，子どもたちに解かせているという印象が強いかもしれない。

しかし，そもそも算数・数学の学問としての歴史を紐解くと「旅をするときに，目的地の方角を決めるために星の位置を計算したい」「支配した

土地に税金をかけるために土地の面積を測定したい」「ギャンブルやゲームで必ず勝利する方法を知りたい」など，日常生活や社会生活に起こってきた問題を解決するために発想・研究されてきている。

算数・数学という学問は，これまで，日常の問題を解決することから新しい領域や新しい分野が広がってきたのである。

そういう意味においても，この「数学的モデル化」と，それを成立させるための「捨象」は，算数科における読解力を考える際に大変重要なキーワードであるといえよう。

Ⅲ 「明確な問題」と「不明確な問題」

三宮（2018）は，認知心理学の立場から「明確な問題（well-defined problem）」と「不明確な問題（ill-defined problem）」について次のように説明している。

伝統的な思考課題である「ハノイの塔（図１）」のような問題は，「明確な問題」である。このような問題は，最適な解がはっきりしているため，答えの求め方に気づいてしまうと，あとは同じパターンを繰り返していけばゴールにたどり着くことができる。

しかし，日常生活において出会う問題は，答えが一通りではないものが多く，問題そのものが曖昧であり，自分で明確にする必要がある。

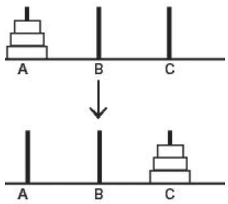

図１　ハノイの塔

例えば，「どうすれば効果的に学習することができるか」といった問題がこれにあたる。そもそも「効果的に」という条件を明確にしなければならない。効果的とは，当座の学習にかける時間が短いことなのか，目先のテストでよい点を取ることができればよいという意味なのか，学習内容が長期的に保持されることなのか，それとも広く応用が利くということなのかなど，いろいろな意味合いが考えられる。このような問題を「不明確な問題（ill-defined problem）」と呼ぶ。

この「明確な問題」と「不明確な問題」をキーワードにして，前職で筆者が実践してきた小学校における算数科の授業を振り返ってみたい。

小学校算数科の教科書である東京書籍「新しい算数５上」直方体や立方体の体積の単元の導入場面では，㋐直方体（３cm，４cm，５cm）と㋑立方体（４cm，４cm，４cm）の見取図を示した後，次のような問題が提示される。

> １　㋐の直方体と㋑の立方体のかさは，どちらがどれだけ大きいでしょうか。比べる方法を考えましょう。
> たくみ「長さは，１cmの何こ分で表したね」
> ゆみ「面積は，１cm^{2}の何こ分で表したけど…」
> ☆前のページの㋐と㋑のかさは，１辺が１cmの立方体の積み木の何個分ですか。

これは，三宮が説明する「明確な問題」である。単位体積である１cm^{3}の立方体の何個分かを数えて，かさを比べることが明示されている。続けて，１段目には，１cm^{3}の立方体が何個ならぶかを問い，さらに，それが何段積めるかと問い続ける。最後に，１cm^{3}の立方体の全部の数を，計算で求めましょう。と問い，「直方体の体積＝たて×横×高さ」という，直方体の体積を求める公式を導いていく。

３×４×５＝60　　　直方体の体積は60cm^3
４×４×４＝64　　　立方体の体積は64cm^3
64－60＝４　　　答え　立方体の方が４cm^{3}大きい

最適な解がはっきりしていることから，子どもたちは，順番に小問に取り組んでいくことで，簡単に答えにたどり着くことができる。

同じ場面で，別の問題に取り組んだ実践がある。

子どもたちには，まず，工作方眼紙（１cmマス）を使って自由な大きさの直方体や立方体を作成させることから始めた。

そして，クラス全員が作った立体を大きさの順番に１列に並べさせるよう指示をした。（写真１）当然のことながら，目で見ても順番を決めにくい場面が発生する。そこで，「どうにかして順番を決めたい」「友


写真１　１列に並べる

だちが作った立体に大きさで勝ちたい」という気持ちが沸き起こり，順番を決めにくい立体の大きさを比べることが自分たちの課題となった。

ここで，「順番を決めにくい２つの立体のどちらが大きいか調べよう」という問題を提案した。

これは，三宮が説明する「不明確な問題」である。教科書が紹介している「長さは，１cmの何こ分で表したね」「面積は，１cm^2の何こ分で表したけど…」というような「単位体積」を想起させるような提示を意図的に避けることで,あえて「不明確な問題」を示したということになる。ここでは，子どもたちが，立体の大きさをどのようにとらえるのかが，大きな課題となるのである。

子どもたちは，それぞれチームとなって様々に立体の大きさを比較する方法を考え出して，実際に測定したり，実験したりして結論を導いた。数多くの子どもたちの結論から「立体の大きさの捉え方」を分析すると「立体の外側に着目した大きさ」と「立体の中身に着目した大きさ」の大きく２種類に分かれた。

「立体の外側に着目した大きさ」を立体の大きさと捉えた子どもたちは，展開図の面積（表面積）を比較する方法，立体の重さを測る方法（台秤・上皿天秤など）などを考えた。特異な例としては，工作方眼紙で作成したことから，立体を燃やしてみて燃焼時間を測定し，長い時間燃える方が大きいと判断するという方法があった。金属製のバケツの中で実際に燃焼実験を試みたが，燃え尽きる状態がいつだと判断すればよいのかという難しさがあり，結論には至らなかった。

「立体の中身に着目した大きさ」を立体の大きさと捉えた子どもたちは，箱に何かを詰める方法を考えた。砂場の砂，水，粘土，１辺が１cmの立方体を詰めて，その重さ，かさ，個数などを測定して比較した。（写真２）しかし，実際に挑戦してみると，工作方眼紙では強度が不足しており，砂や水を詰めると変形することで正確に測定することが難しかったり，計算で求めるのではなく１辺が１cmの立方体を実際に詰めて，その数を数えるという作業に膨大な手間と時間がかかることを体験したりした。ここで，特に注目すべき方法としては，立体の中に紐を渦巻き状に詰め込んでいき，いっぱいに詰めてから，その長さを比較するというものであった。（写真３）立体の中身の容量を紐を詰めることで長さに変換したということである。この素晴らしい発想には，教師も子どもたちも驚き，大いに称賛した次第である。

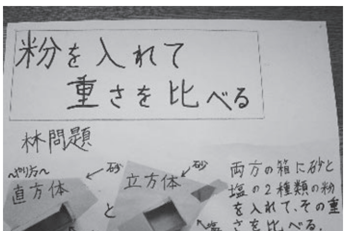

写真２　重さを比べる

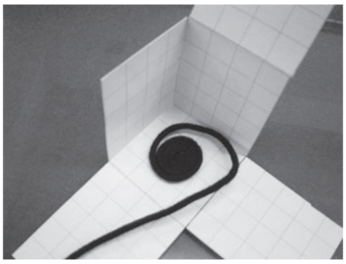
写真３　紐を詰める

ちなみに，この紐を詰めて，大きさを長さで表現した子どもは，計算や文章題などを解くことが苦手で，算数の成績としては下位の子どもであることをつけ加えておきたい。

「不明確な問題」に挑戦した子どもたちは，「立体の大きさをどのようにとらえるか」について，２つの視点と様々な方略で考え，実際に測定したり，実験したりする中で，引き続いて学習する「体積」について，立体の中身に着目した大きさを「普遍単位」である「単位体積」１cm^3で表していくことへの理解が深まったと考えている。

Ⅳ　「メタ言語的機能」を働かせた「問題を読み解くための指導」へのリフレクション（reflection）

姫野（2018）では，「算数の問題を解いていく場面において，日本語が理解できることや，算数の知識・技能があることは重要なことではあるが，それだけでは正解にたどり着くことは難しい。出題者と解答者が，算数の学習や算数の授業におけるコミュニケーションに存在する『メタ言語』を共有することが重要になってくる。そして，R・JAKOBSON（ヤコブソン）が主張する『メタ言語的機能』が働くことで，出題者（送り手）のメッセージが解答者（受け手）に伝わり，問題を解くことができるようになると考えられる。それが，算数の「読解力」の向上につながっていく」と仮定した。そして、問題解決型の算数の授業場面において「メタ言語的機能」が働いている場面について教師と児童の両面からの分析を試みた。

ここでの「教師と児童の共通した<コード>(code)」とは，杉山のいう「数学化・数理化・数学的モデル化」の<コード>そのものではないかと考える。授業における算数の問題そのものが，日常生活の問題を数学の世界に取り入れるために，必要でないものを「捨象」し，数や記号，数学の概念を用いて「抽象化」を行っているということが，算数・数学独特の<コード>であるということである。

そして，その<コード>の世界の中で，子どもたちは，「数学的な処理」をして，「数学的な解」を得て，その解を「解釈する」のである。

問題解決型の算数の授業場面において，

(1)前の授業時間に学習したことを児童に想起させ，発表させてすべての児童が確認する。

(2)文章で書かれた問題を提示する前に,<場面>(context)について共有する。そして，問題を提示した時に，「ノートに写す」「声に出して読む」「大事な言葉や数字に線を引く」「わかっていることや求めることを確認する」など，問題について確認する。

(3)問題に出てくる事柄や数値の関係を数図ブロックなどの具体物に置き換える。

(4)問題に出てくる事柄や数値の関係を具体的な身体動作で表す。

(5)問題に出てくる事柄や数値の関係を絵や図(テープ図，線分図，数直線図など）で表す。

(6)児童の意見を取り入れながら本時のテーマを決定し，板書によって共有する。

(7)自力解決がなかなか進まない児童に，ヒントカードとして適切な絵や図を提供する。

(8)話し合いの場面で，児童が次々と発表する絵や図，数や式を分かりやすく整理していく。

(9)まとめの場面で，本時の学習で分かったことは何か，たどり着いた解法はどのようなものか，みんなで共有することができた絵や図，数や式はどれかを確認する。

(10)振り返りの場面で，上でまとめたことをノートやレポートに記述する。

以上，分析してきた10項目の「問題を読み解くための指導」は，実は，先述の教科書が紹介している「長さは，1cmの何こ分で表したね」「面積は，1cm³の何こ分で表したけど…」というようなつぶやきや，「1段目には，1cm³の立方体が何個ならぶか」「それが何段積めるか」「1cm³の立方体の全部の数を,計算で求めましょう」とスモールステップで問いを続け，「直方体の体積＝たて×横×高さ」を導いていく指導と同じように「数学的モデル化」をより明確に共有していくということをしているのではないかと省察する。

「メタ言語的機能」を働かせた「問題を読み解くための指導」というのは，算数の授業そのものをより「明確な問題」にするための指導だと解釈することができるのではないかということである。

Ⅴ　非認知能力における柔軟性

これまで学力として考えられてきた「認知能力」に対して，測定対象とならないことから認知されてこなかった新しい学力として「非認知能力」が近年，文部科学省だけでなく様々な政府機関が掲げる教育目標にも上がるようになってきている。

中山（2018）は，認知能力に加えて非認知能力の獲得・向上が必要であると述べている。

そして，John D. Krumboltz（1999）ジョン·D·クランボルツの「計画された偶発性理論（Planned Happenstance Theory)」における５つの行動特性に注目した。好奇心（Curiosity）：新しいことを知り，学ぼうとできること，持続性(Persistence)：失敗してもあきらめずに努力できること，柔軟性(Flexibility)：状況に応じて，姿勢や物事の考え方を変えられること，楽観性（Optimism）：チャンスはやってきて，つかめると考えられること，冒険心(Risk Taking)：結果のことは考えずに，まずは行動できること，を紹介しながら，特に「柔軟性」が重要であると主張する。

先述した立体の体積を求める学習においては，教科書の流れに沿って，順番に小問に取り組んでいくことで，「明確な問題」の解をスモールステップで解決していくことができ，子どもたちは，何らブレることなく，「直方体の体積＝たて×横×高さ」という公式に行き着くことができる。

一方，「単位体積」を想起させるような提示を意図的に避けることで，あえて「不明確な問題」を示した後者の実践では，「立体の大きさをどのようにとらえるのか」を大きな課題として，子どもたちの思考を揺さぶり，「立体の外側に着目し

た大きさ」を立体の大きさと捉えた子どもたちは，展開図の面積（表面積）を比較する方法，立体の重さを測る方法（台秤・上皿天秤など）などを考え，実際に測定し，比較することができた。「立体の中身に着目した大きさ」を立体の大きさと捉えた子どもたちは，箱に何かを詰める方法を考え，砂場の砂，水，粘土，１辺が１cmの立方体を詰めて，その重さ，かさ，個数などを測定し，比較することができた。加えて，立体の中身の容量を紐を詰めることで長さに変換するという画期的な考えを生み出す子どもが現れるなど，結果的に，中山の言う「柔軟性」が発揮・伸長されたのではないかと考える。

そのように解釈すれば，算数の授業そのものをより「明確な問題」に導く，拙稿の「メタ言語的機能」を働かせた「問題を読み解くための指導」は，結果的に，中山の言う「柔軟性」が発揮・伸長されない指導となり得るのではないかということである。

久野（2019）は，「IQなどで測れる『認知能力』と同時に『非認知能力が重要』だという新しい指摘は，知識偏重のこれまでの教育を変革するには，たしかにうってつけのスローガンですが，認知能力と非認知能力は対立させるようなものではありません。もともと非認知能力は，認知能力があってはじめて成り立つ概念で，その中身である意欲や忍耐力，協調性，粘り強さといった一つ一つは，日本でも昔から大事だと言われてきたものばかりです」と説明する。

算数科における読解力とは何かについて考え，その向上のための指導のあり方を明らかにすることを目的としてきたつもりであったが，「数学的モデル化と捨象」「明確な問題と不明確な問題」によって，袋小路に迷い込んだところであったが，どうやら久野の説明に救われたようである。

数学的モデル化にとって必要のないものを捨象して，数学的な処理を追求することや算数の授業そのものをより「明確な問題」にするために行われると解釈することができる「メタ言語的機能」を働かせた「問題を読み解くための指導」は，算数科における読解力の認知能力の側面を向上させることに大いに資する。

一方，数学的モデル化にとって必要のない文脈や設定を捨象せず，こだわって考えることや，あえて「不明確な問題」を設定して，それに取り組ませることで子どもたちの思考を揺さぶるという指導は，算数科における読解力の非認知能力の側面を向上させることに大いに資する。

算数科における読解力には，認知能力の側面と非認知能力の側面の二つの面が存在し，この両者をバランスよく発揮・伸長させるための指導が，これからの算数科の指導に求められているのであると考える。

Ⅵ　おわりに

「『３人掛けの長椅子と５人掛けの長椅子が合わせて42脚あります。これらの椅子に163人の生徒が空席のないように座っていたところ１人だけ座ることができませんでした。５人掛けの椅子は何脚ありますか』そんなことより気になるの。163人のうち１人だけ座れないって，どんだけ不幸な人なんですか。長椅子なんだから１人ぐらい詰めて座らせてあげればいいじゃないですか。この問題に答えがあるとしたなら，この人は嫌われてるんだと思います」タブレット純（2019）

長椅子だから詰めて座ればいいという柔軟性に富んだ解決方法は，大変素晴らしい。文脈から考えると詰めて座ることが，より人間的な解決方法である。小学校の教師として，このような考えを発想した子どもが現れたのであれば大いに評価し，算数科における読解力における非認知能力の側面を育て，他の子どもたちにも拡げていきたい。算数の問題には関係がないとして，その意見を取り上げなかったり，ましてや叱ったりすることは決してしないようにしたい。

その上で，合わせて，鶴亀算の数学化モデルを子どもたちと共有し活用しながら，

３×42＝126　　　163－１＝162

(162－126)÷(５－３)＝18

答え　５人掛けの長椅子は18脚

という解決方法も是非指導し，算数科における読解力における認知能力の側面を育てていきたい。

このように，毎日の算数科の授業においては，教師自身が懐を深くもって，子どもたちとともに指導を進めていくことが，バランスの良い「算数科における読解力」の向上につながっていくと考

えるからである。
そして，これこそが，プロとしての教師の腕の見せ所ではないだろうか。

〈引用文献・参考文献〉

R･JAKOBSON，池上嘉彦・山中桂一訳『言語とメタ言語』勁草書房，1984年

文部科学省「読解力向上に関する指導資料」文部科学省，2005年

宮村徹，近藤治弥，古川歩佳，本間沙恵，宮口正規，山岸辰徳「数学的モデリングにおける数学的な考え方に関する研究」新潟大学教育人間学部数学教室『数学教育研究』第41巻，2006年

杉山吉茂『初等科数学科教育学序説』東洋館出版社,2008年

三宮真智子『メタ認知で＜学ぶ力＞を高める』北大路書房，2018年

中山芳一『学力テストで測れない非認知能力が子どもを伸ばす』東京書籍，2018年

日本生涯学習総合研究所「『非認知能力』の概念に関する考察」日本生涯学習総合研究所，2018年

姫野俊幸「算数科における読解力について－メタ言語的機能をキーワードにして－」北陸学院大学・北陸学院大学短期大学部研究紀要第11号，2018年

久野泰可『「考える力」を伸ばす　AI時代に活きる幼児教育』集英社，2019年

タブレット純「タブレット純」https://www.youtube.com/watch?v=wr_QGog6gS0，2019年７月４日公開